1 Filtre RC double

1. En basse fréquence, un condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert. En haute fréquence, un condensateur est équivalent à un interrupteur fermé. D'où, le circuit est un filtre passe-bas.

2. Par une loi des nœuds, et une loi des mailles, on trouve que
$$\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \mathrm{j}\frac{\omega}{Q\cdot\omega_0}}$$
en notant $\omega_0 = 1/RC$ et $Q = 1/3$

3. On représente le diagramme de BODE du filtre dans la figure ci-dessous.

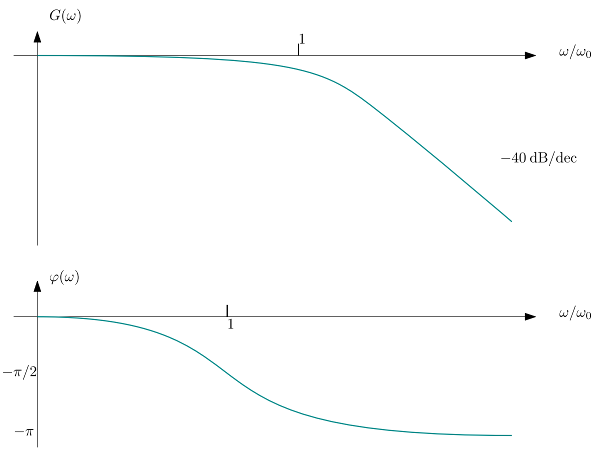

FIGURE 1 – Diagramme de BODE du filtre (échelle logarithmique)

4. On calcule $\omega_0 \simeq 6$ rad/s, ce qui correspond à une fréquence de coupure de 1 kHz. Le signal de sortie est donc
$$s(t) = \frac{2E}{3\pi}\cdot\sin(\omega t),$$
on le représente sur la figure ci-dessous. En effet, on a un déphasage de $-\pi/2$, et un gain valant $1/3$ à $\omega \simeq \omega_0$.

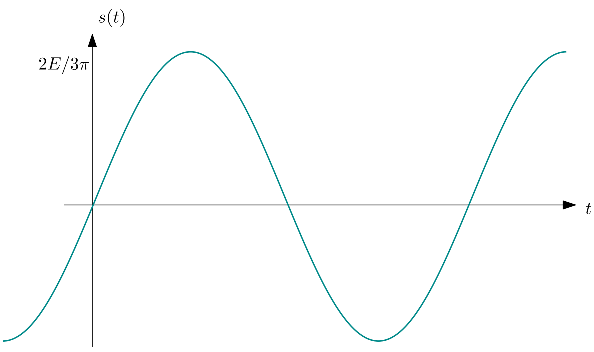

FIGURE 2 – Signal résultant

2 Crampes musculaires

1. La concentration en CO_2 provient de la combustion du di-oxygène dans les cellules (respiration cellulaire).

   On calcule le pH :
$$\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_\mathrm{a} + \log\left(\frac{[\mathrm{HCO_3^-}]}{[\mathrm{CO_2}]}\right).$$
   On trouve pH $\simeq 6{,}4 + 1 = 7{,}4$.

   Pour le couple $\mathrm{CO_2/CO_3^{2-}}$, on a $\mathrm{pH} - \mathrm{p}K_\mathrm{a} + \log[\mathrm{HCO_3^-}] = \log[\mathrm{CO_3^{2-}}]$.

   AN. $[\mathrm{CO_3^{2-}}] = 2{,}7\cdot 10^{-5}$ mol.

   Autre possibilité : réaliser un diagramme de prédominance.

2. D'après la question précédente, on a montré que la concentration en $\mathrm{CO_3^{2-}}$ est négligeable. De plus, la réaction est favorisée. Ainsi, c'est bien la réaction 1 qui est majoritaire.

   On a
$$\begin{aligned} K^\circ &= \frac{[\mathrm{H_2CO_3}]\cdot[A^-]}{[\mathrm{H}A]\cdot[\mathrm{HCO_3^-}]} \\ &= \frac{[\mathrm{H_2CO_3}]\cdot[A^-]\cdot[\mathrm{H_3O^+}]}{[\mathrm{HCO_3^-}]\cdot[\mathrm{H}A]\cdot[\mathrm{H_3O^+}]} \\ &= K_{\mathrm{A}3}/K_{\mathrm{A}1} \end{aligned}$$

   AN. $K^\circ = 350 \gg 1$.

3. Lors de l'effort, le pH diminue, puis augmente une fois l'effort terminé.

   Hypothèse : épuisement d'un des réactifs, en particulier, l'acide lactique. On considère la réaction
$$\mathrm{H}A = \mathrm{HCO_3^-} = \mathrm{H_2CO_3} + A^-.$$
   En supposant la réaction quasi-totale, on a
$$n_\mathrm{f}(\mathrm{H}A) \simeq 0 \qquad n_\mathrm{f}(\mathrm{HCO_3^-}) \simeq 19$$
$$n_\mathrm{f}(\mathrm{H_2CO_3}) \simeq 5{,}2 \qquad n_\mathrm{f}(A^-) \simeq 3$$
   Ainsi, on calcule le pH :
$$\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_{\mathrm{A}1} + \log(19/5{,}2) \simeq 7{,}0.$$

4. On réalise une prise de sang après l'effort, et on réalise un dosage de la base « lactate » par un acide fort.

3 Montage intégrateur

1. D'après la loi des mailles, on a

$$\begin{aligned} e &= u_R + u_C + s \\ &= R\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C + s. \end{aligned}$$

   Or, $s + u_C = 0$, d'où,

$$\boxed{e = -RC \cdot \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}.}$$

   Ainsi, on obtient que

$$\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = \mathrm{j}\frac{\omega_0}{\omega},$$

   où $\omega_0 = 1/RC$. On représente le diagramme de Bode sur la figure 4.

2. (a) Le diagramme a donc un comportement intégrateur. Mais, si le signal s diverge, alors l'ALI va saturer. Et, pour $\omega = 0$, on a $s \to +\infty$.

   (b) On change donc le circuit en ajoutant une résistance en parallèle du condensateur, comme montré dans la figure ci-dessous. On note u la tension aux bornes de cette nouvelle résistance.

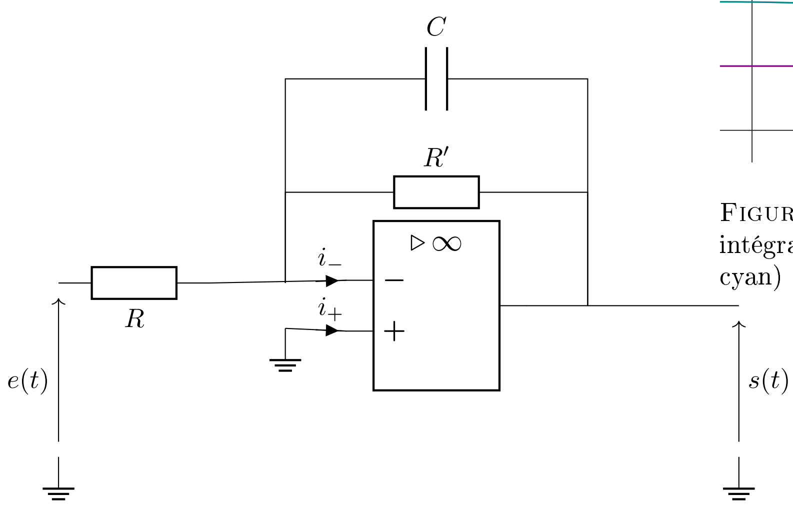

Figure 3 – Circuit pseudo-intégrateur

   On trouve, par loi des mailles, la relation $\underline{e} = \underline{s} \cdot (-R/R' - \mathrm{j}\omega RC)$. On en déduit donc l'expression canonique de la fonction de transfert

$$\underline{H}'(\mathrm{j}\omega) = \frac{-R'/R}{1 + \mathrm{j}\omega R'C}.$$

   Dans le cas $\omega \gg \omega_0' = 1/R'C$, on simplifie en $\underline{H}'(\mathrm{j}\omega) = -\frac{1}{\mathrm{j}\omega} \cdot \frac{1}{RC}$. On représente le diagramme de Bode obtenu sur la figure 4.

   (c) Lorsque $\omega R'C \gg 1$, la fonction de transfert devient $\underline{H}'(\mathrm{j}\omega) \simeq 1/RC\omega$, ainsi le gain est donc de $G(\omega) \simeq 1/RC\omega$. On peut en déduire

$$s(t) = v_0 \cdot \left(\frac{-R'}{R}\right) + \frac{1}{RC\omega} v_1 \cos(\omega t + \pi/2).$$

   On vérifie bien

$$|s(t)| \leqslant \frac{R'}{R} v_0 + \frac{v_1}{RC\omega} \ll V_{\text{sat}},$$

   l'ALI ne sature pas.

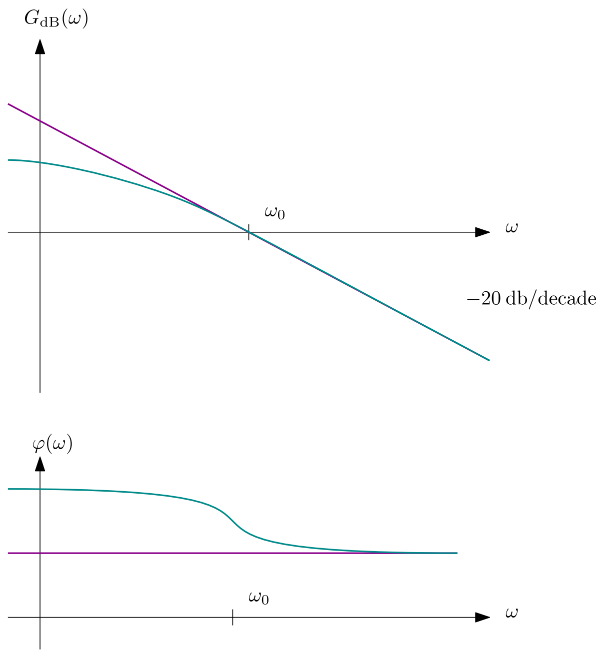

Figure 4 – Diagramme de Bode du circuit intégrateur (en violet), et pseudo-intégrateur (en cyan)